

**Leseprobe aus Kapitel 2 ‚Signalverarbeitung, statisch‘** des Buchs  
 ‚Strukturbildung und Simulation technischer Systeme‘

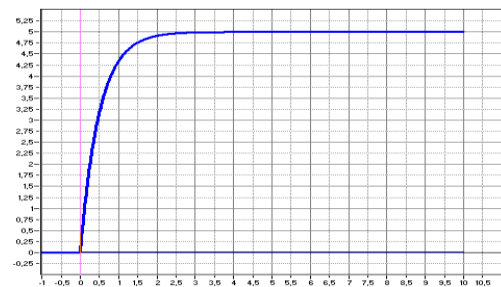
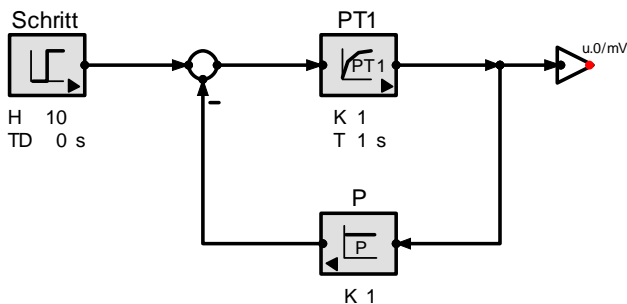
Weitere Informationen zum Buch finden Sie unter

[strukturbildung-simulation.de](http://strukturbildung-simulation.de)

In diesem Beispiel aus dem Kapitel 2.5 ‚Einführung in die Regelungstechnik‘ wird eine Drehzahl-Regelung simuliert. Am Schluss wird das Zeitverhalten des geregelten Systems mit dem gesteuerten Motor verglichen.

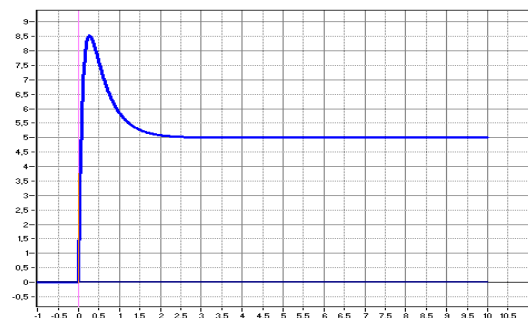
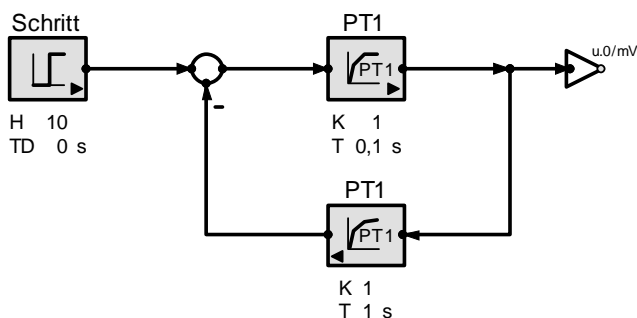
**Das Stabilitäts-Problem**

Um einen ersten Eindruck vom Verhalten gegengekoppelter Systeme zu erhalten und die Zeiteinstellungen besser zu verstehen, betrachten wir drei Variationen mit 1, 2 und 3 Verzögerungen im Kreis.



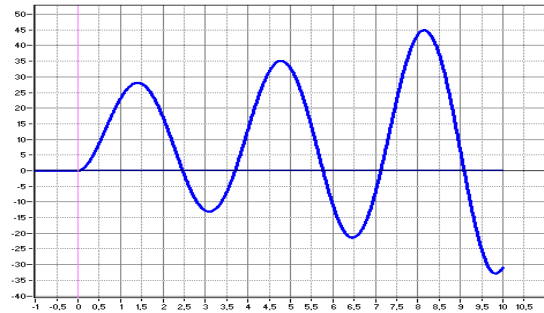
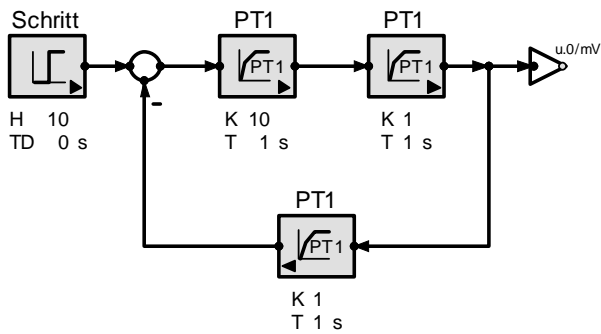
In passiven Systemen (d.h. ohne Verstärker) sind Rückkopplungen immer Gegenkopplungen. Mitkopplungen (durch Verstärker) sind meist instabil.

**Struktur 2-12 Das Stabilitäts-Problem 1/3: Zeit-Simulation: Gegenkopplung einer einfachen Verzögerung: Als Test dient ein Signal-Sprung (Einschalt-Vorgang). Die Sprungantwort zeigt ein stabiles System mit gegenüber der Vorwärts-Verzögerung verkürzter Einstellzeit.**



Bei mehreren Verzögerungen im Kreis soll eine dominant und die anderen klein dagegen sein, sonst gibt es Stabilitätsprobleme.

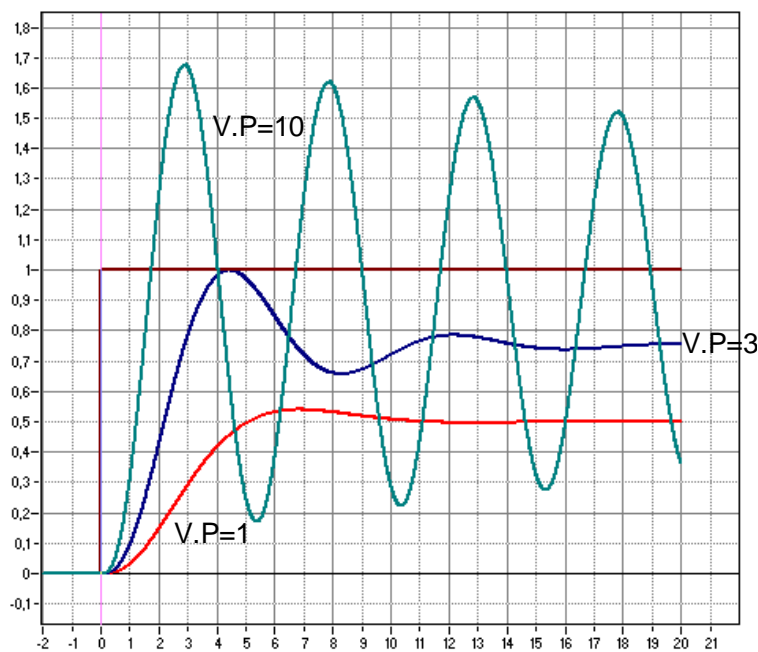
**Abb. 2-57 Das Stabilitäts-Problem 2/3: Zeit-Simulation: Nun befindet sich auch in der Rückführung eine Verzögerung. Das gegengekoppelte System reagiert durch Überschwingen, da die Gegenkopplung anfangs unwirksam ist.**



Bei mehreren Verzögerungen im Kreis und Verstärkung droht Instabilität.

**Abb. 2-58 Das Stabilitäts-Problem 3/3: Zeit-Simulation: Bei drei Verzögerungen im Kreis wird das System instabil (Oszillator). Die Stabilität des Kreises hängt von der statischen Verstärkung K und den Verzögerungszeiten T im Kreis ab. Das wird im Kapitel 9 Regelungstechnik ausführlich untersucht, denn es ermöglicht die Optimierung von Regelkreisen.**

Nun soll die Frage nach der besten-Regler-Einstellung beantwortet werden. Dadurch ist es möglich, den Regler sowohl praktisch zu optimieren, als auch ihn theoretisch zu berechnen



**Abb. 2-59 Das Einschwing-Verhalten eines Regelkreises bei zu kleiner, mittlerer und großer Regler-Verstärkung.**

Bei zu großer Proportional-Verstärkung V.P können Regelkreise instabil werden. Damit das nicht passiert, muss V.P einstellbar sein. Um den Regler richtig einstellen zu können, benötigen wir ein Optimierungs-Kriterium. Wir nennen es die ‚optimale Dynamik‘.

## Variation der Regler-Verstärkung

Wenn Sie über SimApp verfügen, können Sie das Regelverhalten bei größerer und kleinerer Verstärkung (V.P) des Reglers untersuchen. Dadurch erkennen Sie, dass mit steigender Verstärkung V.P alle Eigenschaften des Kreises verbessert werden:

- Die Einregelung des Sollwerts wird genauer
- Die Resteinflüsse der Störgrößen werden kleiner und
- Der Regelkreis arbeitet schneller.

Da es elektronisch leicht möglich ist, Regler mit vieltausendfacher Verstärkung zu bauen, fragt es sich, warum man die nicht standardmäßig einbaut. Dann wären alle Nachteile der Regelstrecke mit einem Schlag beseitigt. Die Antwort auf diese Frage ist folgende: Der hier angenommene Fall mit nur einer Verzögerung im Kreis ist unrealistisch. In der Realität sind es immer mehrere. Durch mehrfache Verzögerungen im Kreis werden Regelkreise bei zu großer Verstärkung instabil. Dann oszilliert der ganze Kreis nach einmaligem Anstoß. Das setzt der Regler-Verstärkung V.P eine Grenze und erfordert die Optimierung. Einzelheiten dazu erfahren Sie im Kapitel **9 Regelungstechnik**.

Man erkennt, dass der Regelkreis bei zu geringer Regler-Verstärkung zu langsam und zu ungenau und bei zu hoher Regler-Verstärkung zu instabil ist. Deshalb behandelt der folgende Abschnitt die optimale Regler-Einstellung.

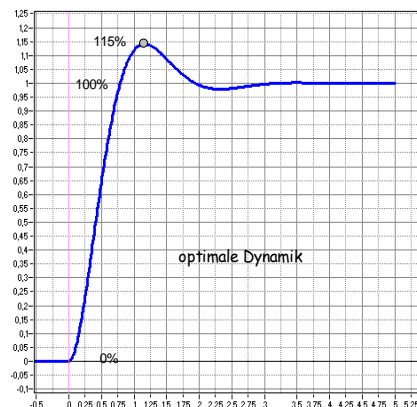
## Optimale Dynamik

Ein Regelkreis mit optimaler Dynamik verbindet zwei Forderungen:

### Schnelligkeit und ausreichende Stabilität.

Die optimale Dynamik zeigt sich am schnellsten durch eine Sprung-Antwort (Einschalt-Vorgang). Der sieht so aus:

**Abb. 2-60 Optimaler Einschwing-Vorgang mit optimal eingestelltem P-Regler. Das maximale Überschwingen beträgt 15%.**



Die optimale Dynamik ist durch ein maximales Überschwingen von 15% über den Endwert einer Sprung-Antwort gekennzeichnet. Sie verbindet die Forderungen nach Schnelligkeit und ausreichender Stabilität. Im nächsten Kapitel 3 Dynamik werden wir sehen, dass dieser Fall auch besonders einfach zu berechnen ist. Die Ergebnisse dieser Berechnungen nutzen wir im nächsten Punkt zur Berechnung der optimalen P-Regler-Verstärkung.

### Praktische Regler-Optimierung

Zur Anpassung der Verstärkung V.P an eine gegebene Regelstrecke gehen Sie folgendermaßen vor:

- Die Regler-Verstärkung V.P ist anfangs minimal.
- Auf den Regelkreis werden Sollwert-Sprünge gegeben.
- Betrachtet wird die Sprungantwort der Regel-Größe.
- Jetzt erhöht man V.P, bis die Regelgröße erste Schwingungen zeigt
- V.P ist optimal eingestellt, wenn das maximale Überschwingen 15% vom Endwert beträgt.

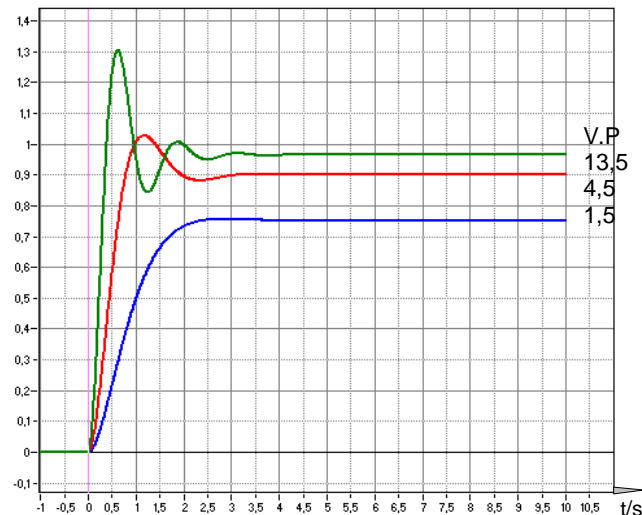


Abb. 2-61 blau: Regler-Verstärkung V.P zu klein, grün V.P zu groß, rot: V.P optimal

### Berechnung der optimalen Proportional-Verstärkung

Zur Dimensionierung eines Proportional-Reglers müssen wir dessen optimale Verstärkung  $V.P_{opt}$  kennen. Die Theorie dazu zu finden in Kapitel 9 im Abschnitt ‚Stabilität im Regelkreis‘. Für eine Regelstrecke mit zwei Verzögerungen  $T.1$  und  $T.2$ , ein besonders näherungsweise häufig vorkommender Fall, sagt sie dazu folgendes:

Für eine Regelstrecke mit der Verstärkung  $V.S$  und zwei einfachen Verzögerungen  $T.1$  und  $T.2 < T.1$  ist die optimale Kreisverstärkung  $V.0_{opt} = T.1/T.2 = V.S \cdot V.R_{opt}$ .

Da  $V.0 = V.P \cdot V.S$  ist, errechnet sich daraus die optimale Proportional-Verstärkung

$$V.P_{opt} = (T.1/T.2)/V.S$$

Danach kann die P-Verstärkung umso höher eingestellt werden, je kleiner die zweite Verzögerung  $T.2$  gegen die erste  $T.1$  ist.  $T.1$ , die dominierende Zeitkonstante der Regelstrecke, ist zu deren Baugröße proportional ( $\sim$ Leistung) und daher meist vorgegeben.  $T.2$  dagegen kann oft durch technische Maßnahmen beeinflusst werden. Dann ist darauf zu achten, sie so klein wie möglich zu machen.

Zahlenwerte:

$V.S=2$ ;  $T.1=3s$ ;  $T.2=0,33s$  – erfordert die optimale Regler-Verstärkung  $V.P_{opt} = 4,5$ .  
Damit wird die Kreisverstärkung  $V.0=V.P \cdot V.S=9$  und die bleibende Regelabweichung  $x.B=10\%$ .

Zur Kontrolle der Dimensionierungs-Vorschrift für P-Regler stellen wir sie in dem in Abb. 2-55 gezeigten Regelkreis ein und betrachten die Sprung-Antworten bei der Einregelung eines Sollwerts und bei der Ausregelung einer Stör-Größe:

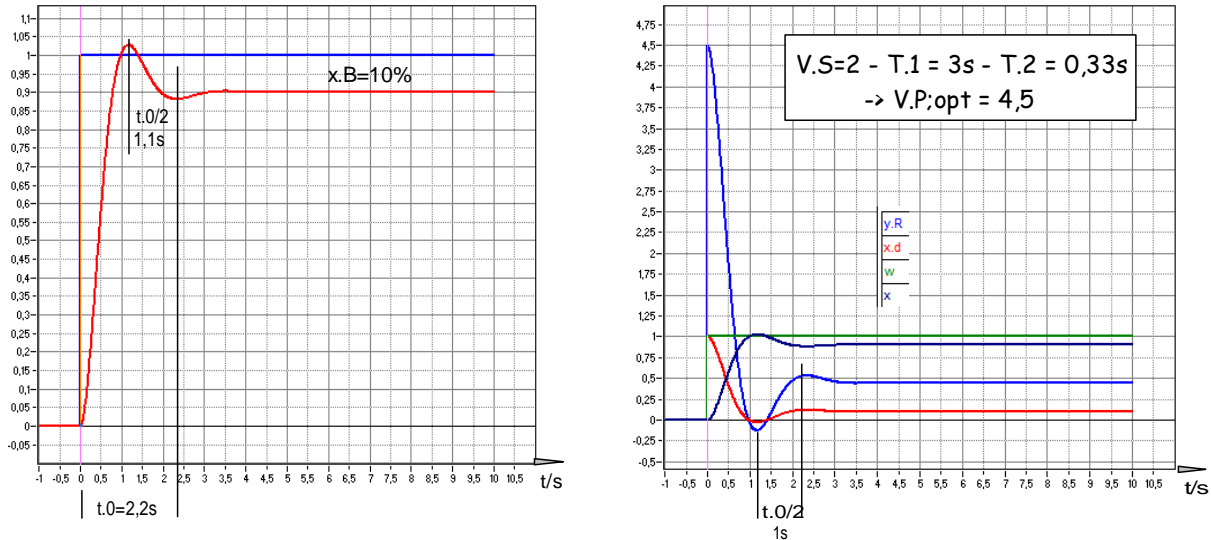


Abb. 2-61 links: Sollwert einregeln und rechts: Störgröße ausregeln- mit optimaler Dynamik.

### Die Einschwing-Periode $t.0$

Im gesteuerten Zustand hat erste Zeitkonstante  $T.1$  die die Langsamkeit der Regelstrecke bestimmt. Die zweite, kleinere Zeitkonstante  $T.2$  spielt praktisch keine Rolle.

Bei Regelung bekämpft der Regler die dominierende Strecken-Verzögerung  $T.1$  durch Übersteuerung der Regelstrecke. Dadurch wird die Regelung schneller als die Steuerung. Die Verkürzung der Einstellzeit findet ihre Grenze, wenn der Kreis bei höherer Reglerverstärkung  $V.P > V.P_{opt}$  infolge der zweiten Verzögerung  $T.2$  instabil zu werden beginnt. Dann bestimmt  $T.2$  den Einschwing-Vorgang.

In der Sprungantwort ist die **halbe Perioden-Dauer  $t.0/2$**  gut zu erkennen. Sie wird im Kapitel 9 Regelungs-Technik unter ‚Stabilität im Regelkreis berechnet. Hier ist das Ergebnis:  

$$t.0/2 = \pi \cdot T.2$$

Die dominierende Zeitkonstante  $T.1$  ist ausgeregelt.  $T.2$  bestimmt den Einschwing-Vorgang. Diese Funktion  $t.0/2 = \pi \cdot T.2$  gilt unter zwei Voraussetzungen:

1. Der P-Regler hat die oben berechnete, optimale Verstärkung  $V.P_{opt}$  und
2. das Stellsignal stößt noch nicht an seine Begrenzung.

Die zweite Bedingung ist im ersten Augenblick nach einer Sprung-Anregung meist nicht erfüllt. Dann nähert sich die Regelgröße mit konstanter Geschwindigkeit ihrem Endwert. Erst in dessen Umgebung zeigt sich die Oszillation mit der Periode  $t.0 = 2\pi \cdot T.2$ .

Zahlenwerte:  $T.2=0,33s \rightarrow t.0/2 = 1s$ . Die Sprungantwort in obiger Simulation bestätigt dies.

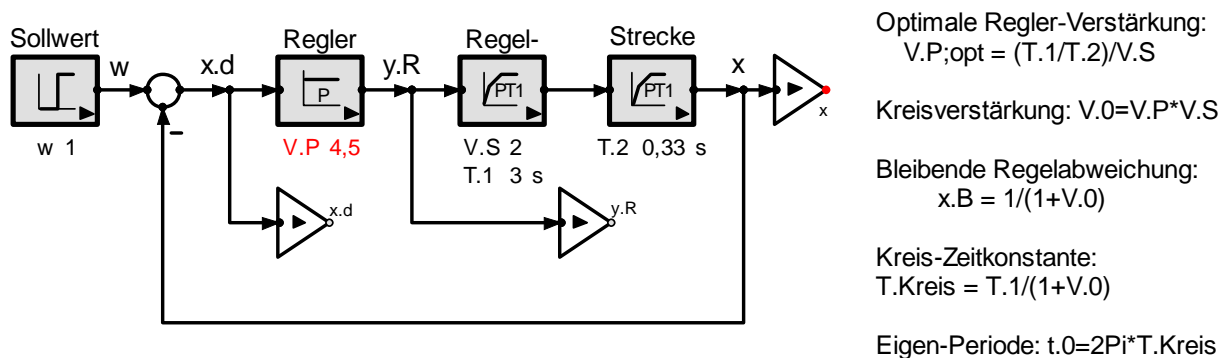
### Der Einschwing-Vorgang

Nach einer sprunghaften Änderung des Sollwerts übersteuert der Regler die Regelstrecke. Das beschleunigt die Strecke entsprechend stärker als es bei Steuerung gewesen wäre, was den Einschwing-Vorgang verkürzt. Hätte der Kreis nicht die zweite Verzögerung  $T.2$ , so wäre die Sprungantwort der Regelung wieder eine e-Funktion mit der Zeitkonstanten  $T.0=TS/(1+V.0)$

Je höher die Verstärkung des Reglers – hier die Proportional-Verstärkung  $V.P$  – ist, desto genauer wird die Regelung, Stellt man sie allerdings zu hoch ein, kann der Kreis instabil werden. Deshalb muss  $V.P$  einstellbar sein. Wie hoch, hängt von den Verzögerungen und der Verstärkung  $V.S$  der Regelstrecke ab.

### Test der Regler-Dimensionierung

Die oben genannte Dimensionierungs-Vorschrift für die optimale Dynamik soll nun mit Hilfe der Simulation überprüft werden. Dazu verwenden wir den folgenden Test-Regelkreis, stellen die gewünschten Parameter  $V.S$ ,  $T.1$ ,  $T.2$  und  $V.P$  ein und simulieren eine Sprung-Antwort.



Struktur 2-13 Regler-Optimierung: Regelkreis-Simulation zur Überprüfung der Dimensionierungs-Vorschrift für optimale Dynamik.

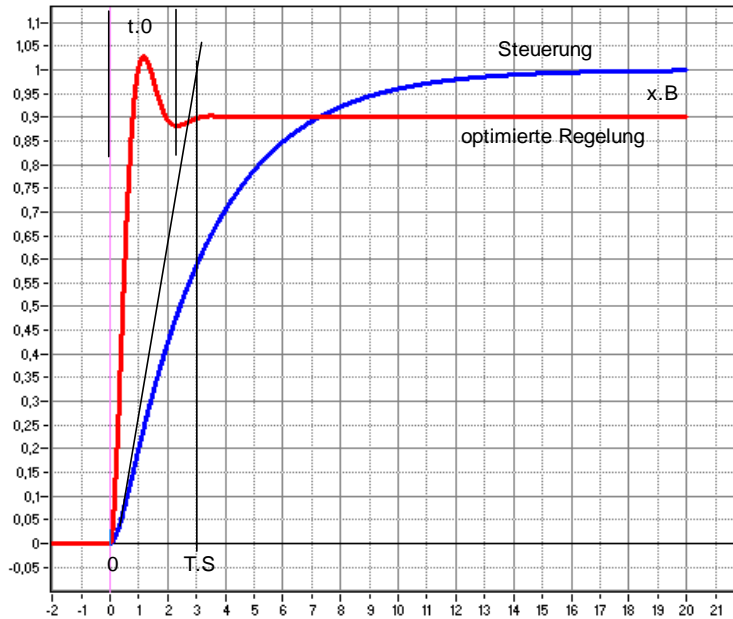
Gesucht werden

- die bleibende Regelabweichung  $x.B=1/(1+V.0)$  – mit  $V.0=V.P \cdot V.S$  (als Maß für die statische (minimale) Ungenauigkeit der Regelung) und
- die Eigen-Periode  $t.0 = 2\pi \cdot T.2$  als Maß für die Verzögerung des Kreises.

Wenn Sie über SimApp oder ein ähnliches Simulations-Programm verfügen, können Sie die Berechnungen der Eigen-Periode  $t.0/2 = \pi \cdot T.2$  und der bleibenden Regelabweichung  $x.B = 1/(1+V.0)$  kontrollieren. Dazu stellen Sie  $T.1$  und  $T.2$  die Regler-Verstärkung  $V.P$  gemäß der obigen Formel ein. Dann messen sie eine Sprungantwort. Sie zeigt die optimale Dynamik: das maximale relative Überschwingen  $R\ddot{U} = 15\%$  des eingeschwungenen Istwerts  $x(t \rightarrow \infty)$ .

### Vergleich der gesteuerten und der geregelten Drehzahl

Die folgende Abbildung zeigt den Einlauf-Vorgang einer Drehzahl-Steuerung und den Einschwing-Vorgang einer damit aufgebauten Drehzahl-Regelung mit optimiertem P-Regler.



**Abb. 2-63** Vergleich der Sprung-Antworten einer Drehzahl-Steuerung und einer optimierten Proportional-Regelung. Die eingetragene Eigen-Periode  $t.0$  ist nur dann richtig, wenn das System nicht an interne Anschläge stößt. Falls doch, muss die Sprung-Amplitude verringert werden.

Steuerung und Regelung werden in einer SimApp-Zeichnung simuliert. Dann werden beide Sprung-Antworten in einem Bild dargestellt. Das gesteuerte System erreicht seinen Endwert nur kriechend. Das ist der Preis der guten Stabilität.

Das mit  $V.P_{opt}$  geregelte System ist schneller und läuft leicht schwingend, aber doch ausreichend gedämpft, gegen seinen Endwert. Das maximale Überschwingen beträgt etwa 15%. Solch einen Einschwing-Vorgang bezeichnet der Autor als **optimale Dynamik**. Sie wird, sofern nichts anderes gefordert ist, im Folgenden bei Regelungen immer angestrebt.

Durch Vergleich der Sprung-Antworten soll eine Steuerung mit einer Regelung verglichen werden. Da die Sprungantworten von Regelstrecke und Regelkreis unterschiedliche Formen haben, ist dies nicht ohne weiteres möglich. In etwa vergleichbar sind jedoch die Strecken-Zeitkonstante  $T.S$  – hier 3s – und die **Eigen-Periode  $t.0=2\pi \cdot T.1$**  – hier 2,1s – des Regelkreises. Vergleicht man die Zahlenwerte, so scheint der Regelkreis nur um 1/3tel schneller zu sein. Vergleicht man jedoch die Sprung-Antworten, so hat die Regelung nach  $t.0$  bereits ihren Endwert erreicht, während die Steuerung nach dieser Zeit erst bei 40% des Endwerts angekommen ist und diesen im Weiteren nur kriechend erreicht.

Deshalb ist die optimale Kreis-Verstärkung  $V.0_{opt}=T.1/T.2$  – hier der Faktor 9 – das Maß für die Verkürzung der Einstellzeit durch Regelung. Dieser Faktor wird allerdings nur dann erreicht, wenn das Stellsignal nicht an eine technische Begrenzung stößt – hier die maximale Regler-Ausgangs-Spannung (etwa 12V).

Die Verkürzung der Einstellzeit  $t.0$  geht durch Regelung geht einher mit der Verkleinerung der **bleibenden Regelabweichung  $x.B=1/(1+V.0)$** . Sie beträgt hier noch 10% des Sollwerts. Besser geht es bei diesen Verzögerungen der Regelstrecke mit einem P-Regler nicht, denn die **optimale Dynamik** ist bei einem Regelkreis eine **unbedingte Forderung**.