Leseprobe aus Kapitel 1 ‚Von der Realität zur Simulation' des Buchs
‚Strukturbildung und Simulation technischer Systeme'
Weitere Informationen zum Buch finden Sie unter
http://www.strukturbildung-simulation.de

In diesem Beispiel aus dem Kapitel 1.3 ‚Formeln berechnen' wird der Effektivwert einer Sinus-, Dreiecks- und Rechteck-Schwingung errechnet.

1.3.4 Effektiv-Werte

Bei Maschinen aller Art interessiert ihre Leistung, bzw. ihr Leistungs-Vermögen. Die momentane **Leistung P.mom(t)** setzt sich immer aus einem statischen und einem dynamischen Anteil zusammen:

- In der Elektrotechnik ist die Spannung u der statische und der Strom i der dynamische Teil: **P.el = u·i** - behandelt im Kapitel **4 Elektrizität**.
- In der Mechanik ist die Kraft F der statische und die Geschwindigkeit v der dynamische Teil: **P.mech = F·v** - siehe Kapitel **9 Mechanik**.
- In der Wärme- und Kälte-Technik ist der statische Teil ein thermischer Widerstand R.th und der dynamische Teil der Temperatur-Abfall ΔT darüber: **P.th= R.th·ΔT** – behandelt im Kapiteln **13 Wärme-Technik**.
- In der Pneumatik/Hydraulik ist der Druckabfall Δp der statische und der Volumenstrom Vol/t der dynamische Teil: **P.pneu = Δp·(Vol/t)** – siehe Kapitel 12.

Echte Effektivwerte beliebiger Signale werden **gemessen**, indem diese eine proportionale Heizung steuern. So wird die Effektivwert-Messung auf eine Temperatur-Messung zurückgeführt. Die Erwärmung als gemittelte Heizleistung ist ein Maß für den Effektivwert. Dieser Aufwand wird, wenn möglich, vermieden. Bei bekannter Signalform lassen sich Effektivwerte auch berechnen. Wie, wird nun gezeigt und durch Simulation veranschaulicht.

Berechnung des Leistungs-Vermögens

Der Effektivwert wechselnder Signale (nicht nur für Strom oder Spannung) besitzt das gleiche Leistungs-Vermögen wie ein Permanent-Signal gleicher Größe. In der Elektrotechnik arbeitet man gern mit Effektivwerten von **sinusförmigen Spannungen und Strömen** (oft kenntlich gemacht durch große Buchstaben U; I)**.** Mit ihnen kann genau so einfach gerechnet werden wie mit Gleich-Spannungen und –Strömen:

Ohmsches Gesetz: U = R · I

Die **Leistung P = U· I** an Widerständen R steigt mit dem Quadrat von Strom und Spannung:

$$P = I^2 \cdot R = U^2/R.$$

Daraus ergibt sich die **Vorschrift zur Bildung von Effektivwerten**, hier z.B. einer Spannung u(t):

$$U = u.eff = \sqrt{u(t)^2\,(gemittelt)}$$

oder

$$I = i.eff = \sqrt{i(t)^2\,(gemittelt)}$$

Effektivwerte beschreiben das **Leistungsvermögen** eines Signals. Daher sind sie immer positiv.

Die Berechnung erfolgt **von innen nach außen:**

- **Signal quadrieren**
- **Quadrate über der Zeit mitteln und**
- **Zuletzt die Wurzel ziehen.**

Im Kapitel **4 Elektrizität** werden wir Beispiele zur Leistung elektrischer Verbraucher (Widerstände) und Speicher bringen (Kondensatoren und Spulen). Im Kapitel 4 finden Sie die analogen mechanischen Beispiele, im Kapitel 12 die entsprechenden pneumatischen Beispiele.

Effektivwert-Simulation

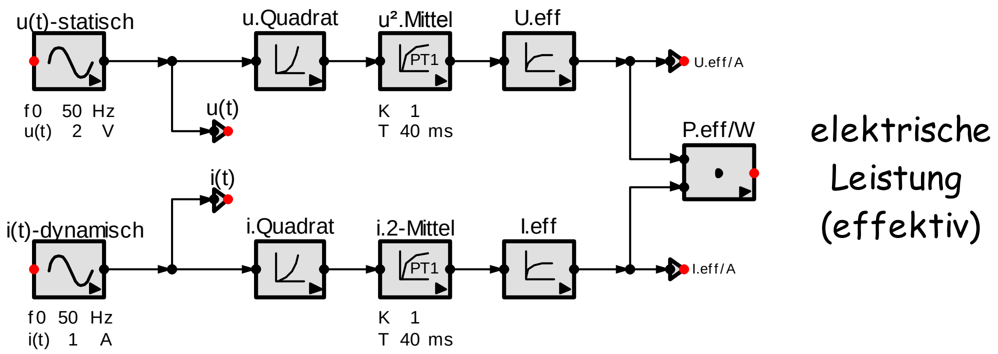
Wenn man den Algorithmus kennt, ist eine Berechnung des Effektivwerts eines Signals x(t) einfacher durchzuführen als eine Effektivwert-Messung. Zu simulieren ist der bereits genannte Zusammenhang:

$$x.eff = \sqrt{x(t)^2\,(gemittelt)}$$

Signal quadrieren, mitteln und zuletzt die Quadratwurzel ziehen => Effektivwert

Diese Berechnung von Effektivwerten gilt für beliebige Kurvenformen x(t).

Struktur zur Effektivwert-Simulation:



Struktur 1-13 Berechnung der elektrischen Leistung mit Effektiv-Werten: Zuerst wird das Eingangs-Signal quadriert. Danach sind die immer positiven Quadrate zu mitteln und zuletzt wird die Wurzel gezogen. Je größer die Mittelungszeit (hier T=1s) gegen die Eingangs-Periode (1/f.0, hier 20ms) ist, desto genauer wird die Mittelung, aber desto länger dauert die Berechnung des Effektivwerts. Im konkreten Fall muss ein Kompromiss gefunden werden.

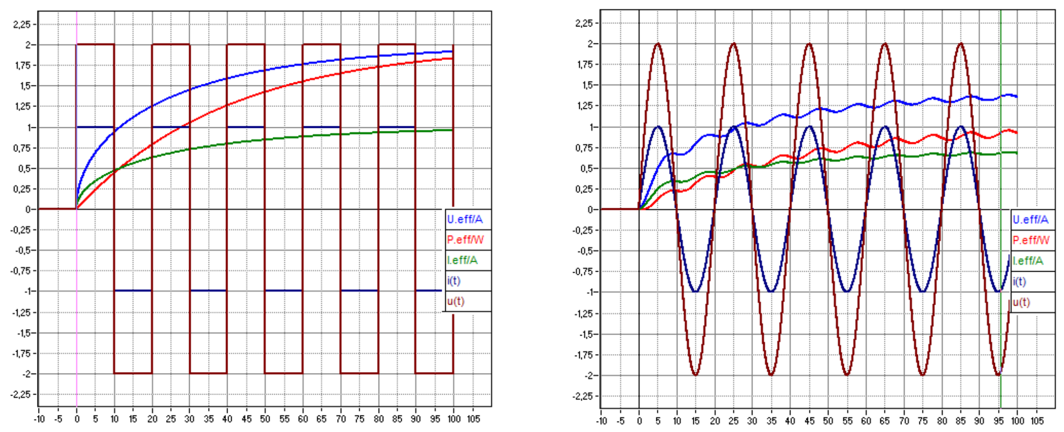


Abb. 1-49 Effektivwert-Simulation: Rechts zweier Rechteck-Schwingungen, links zweier Sinus-Schwingungen als Produkt der effektiven Faktoren. Zu erkennen ist die Verzögerung der Effektivwert-Bildung: hier 40ms.

Effektivwert als Block

Zur wiederholten Berechnung mit SimApp fassen wir die Struktur der Effektivwert-Berechnung zu einem Block zusammen.

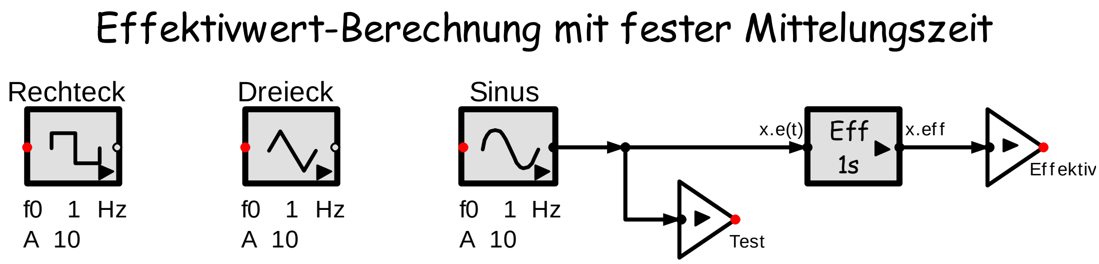


Abb. 1-50 Effektivwert mit Block: links: Der Funktions-Generator mit den wichtigsten Testfunktionen. Rechts: Algorithmus zur Effektivwert-Berechnung als Anwender-Block. Die Mittelung erfolgt mit einer festen Glättungs-Zeitkonstante, hier 1s.

Der Formfaktor

Gelegentlich benötigen wir den Effektivwert dreier Signalformen: Rechteck, Dreieck und Sinus. Der **Effektivwert einer Rechteck-Schwingung ist sein Maximalwert selbst**.
Die Effektivwerte von Dreieck und Sinus sind kleiner als die Maximal-Werte. Wie groß sie sind, wird nun durch Simulation ermittelt. Signalquelle in SimApp ist der Funktions-Generator aus der **Kategorie Quelle** mit einstellbarer Kurvenform.

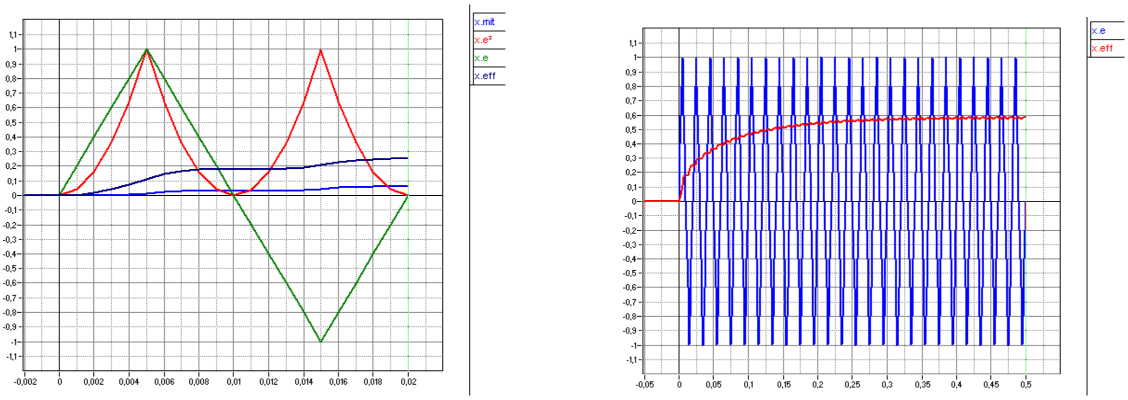


Abb 1-51 Effektivwert eines Dreiecks – links: Anfangswerte, rechts der Berechnungsverlauf. Endwert: x.eff=x.max/√ 3 ≈ 57% des Maximalwerts.

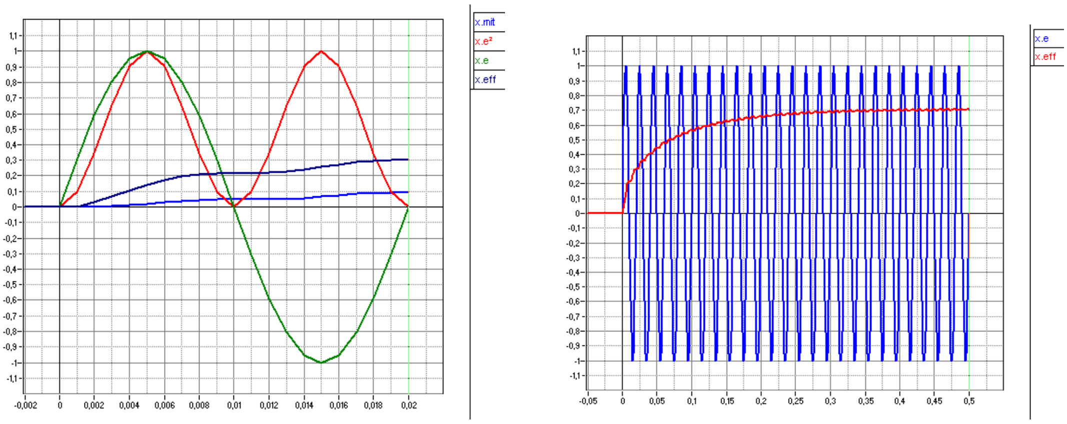


Abb. 1-52 Effektivwert einer Sinus-Funktion – links: Anfangswerte, rechts Berechnungsverlauf. Endwert: x.eff=x.max/√ 2 ≈ 71% des Maximalwerts.

Für die Berechnung elektronischer Schaltungen werden meist die **Maximalwerte** benötigt. Als bekannt setzen wir voraus, dass der **Maximalwert** einer Sinus-Schwingung um den **Faktor** $\sqrt{2} \approx 1{,}4$ größer ist als der Effektivwert:

$$\textbf{Sinus.max} = \sqrt{2} \cdot \textbf{Sinus.eff.}$$

Im Falle der Netzspannung (effektiv 230V) ergibt dies maximal **230V·1,4 = 324V**.

Zur Mittelungs-Zeitkonstanten

Zur Mittelung der Quadrate muss man sich für eine Zeitbasis (hier T) entscheiden. Sie soll einerseits möglichst klein sein, damit das Ergebnis schnell zur Verfügung steht, andererseits muss sie groß gegen die längste Periode des zu mittelnden Signals sein. Im obigen Beispiel einer 50Hz-Schwingung **(t.0 = 20ms) wurde T.Mit=100ms** gewählt. Das ist das Zehnfache der **gleich-gerichteten Periode**, die sich mit 100Hz, entsprechend 10ms, wiederholt. Dann bleibt von der Eingangs-Schwingung nur noch eine geringe Restwelligkeit. Wie sie von der Frequenz f und der Glättungs-Zeitkonstanten abhängt, soll wieder durch Simulation bestimmt werden.